T201　ニューラルネットによって同定された価値関数を用いた多目的最適化手法

豊橋技術科学大学 生産システム工学系
○川田敦之、清水良明

Multi-objective optimization method with value function modeled by neural networks

Dept. of Production Systems Engineering, Toyohashi University of Technology
○Atsushi Kawada, Yoshiaki Shimizu

Abstract　In this paper, we have proposed a new method for multi-objective optimization based on a prior articulation in trade-off analysis. To overcome the stiffness of the conventional prior articulation, we have developed a novel modeling method of value function using neural networks. Through a small numbers of AHP like pair comparison, that is to say, with a little effort, the proposed method can model the value function. Then we completed an effective algorithm for multi-objective optimization by combining it with the nonlinear programs, say, sequential quadratic programming. Finally, taking an example in mechanical design problems, we verified the effectiveness of the proposed method numerically

Keywords: Multi-objective optimization, Neural Networks, Pair comparison, Nonlinear programs

1.はじめに

近年、多様な価値観や変動するシステムの下で、迅速で柔軟な意思決定を支援する最適化手法が求められている。そうした中で人間としての総合的な評価に基づく最適化手法である多目的最適化の応用が期待されている。多目的最適化は複数の評価関数が競合する点と各評価関数に共通の尺度がない点に特徴がある。この多目的最適化の一つの合理的な規範を与えるパレート最適解は、一般に無数の代替案の集合となる。しかし人工システムの意思決定問題においては最終的に一つもしくは適当数の代替案を求めることが通常要求されるため、意思決定者(DM)の選好を反映した代替案（選好解）を効率的に求めることが重要となる。

本論文では、まず従来の多目的最適化手法が抱える問題点を指摘する。次に、DM の価値関数を同定する方法とそれを用いた多目的最適化手法について述べ、最後に提案する多目的最適化手法による数値実験を示す。

2.多目的最適化手法の問題点

以下では(p.1)に示す一般的な多目的最適化問題を考える。

$$
\text{(p.1)}\quad \mathrm{Min}\ \ \mathbf{f(x)} = \{ f_1(\mathbf{x}),\cdots,f_N(\mathbf{x})\}
$$
$$
\textit{subject to}\quad g_i(\mathbf{x}) \le 0,\quad (i=1,\ldots,N1)
$$
$$
h_i(\mathbf{x}) = 0,\quad (i=1,\ldots,N2)
$$
$$
\mathbf{x} \ge 0
$$

(p.1)の選好解を求める方法は対話的手法と、あらかじめ評価規範を導入して選好解を求める方法（効用関数、重み付けなど）に大別される。このうち前者の手法は選好過程の都度、トレードオフに関する判断を求めるため DM にとって煩雑であり、問題によっては常に好ましい手法とはいえない。また、トレードオフ比のような微分的数量を答えること自体に困難が伴う場合が少なくない。

一方、後者の方法は DM の価値観をあらかじめ何らかの形で表した価値関数 $V(\mathbf{f(x)})$を用いて (p.1)を(p.2)に示す単一目的の最適化問題に表現し直し、従来多く開発されている数理計画法を用いて選好解を求めようとするものである。

$$
\text{(p.2)}\quad \max_{\mathbf{x}}\ \ V(\mathbf{f}(\mathbf{x}))
$$
$$
\textit{subject to}\quad g_i(\mathbf{x}) \le 0,\quad (i=1,\ldots,N1)
$$
$$
h_i(\mathbf{x}) = 0,\quad (i=1,\ldots,N2)
$$
$$
\mathbf{x} \ge 0
$$

この場合の問題点は、効用関数を用いる方法では適用の際に厳しい条件が存在し、一般的な応用は容易でない。また、重み付け等の価値構造を固定した手法では求解過程がトレードオフ解析に基づかないた

め、得られる選好解が DM の選好を十分反映できない。

本研究では従来のそれぞれの手法が持つこれらの問題点を解消する新たな多目的最適化手法を提案する。

3.ニューラルネットワークを用いた価値関数の同定

Malakooti と Zhon[1]はニューラルネットワーク(NN)を用いて意思決定者の価値構造を同定する方法を提案している。彼らの手法は、まず理想の代替案（各目的関数値の集まり）の価値を 100 点、最悪の代替案を 0 点に割り当てる。次にその間での様々な代替案の価値を DM に直接的に評価してもらい、代替案を入力、評価点を出力値とする教師データを収集し、最終的にこの関係を NN によって同定するものである。この手法は最悪点と理想点の 2 点のみを基準として、直接的に各代替案の評価点を与える必要があり、その際の労力は大きい。さらに、判断の整合性を保つことも代替案の数が多くなるにつれて困難となる。

また Sun[2]らは対話的探索過程の中で代替案を入力、DM の評価値、もしくは AHP（Analytic Hierarchy Process）の重みを出力とした教師データを用いて NN を構成する方法を提案している。しかし、探索の進行と伴に、逐次 NN を更新する必要がありDM に求められる労力は少なくない。

本研究では直接的な判断に比べて相対的な判断の方が DM にとってはるかに容易であることに着目し、

Table 1 修飾語に対する一対比較値

修飾語による比較	a_{ij}
A_i と A_j は、*同じくらいよい*	1
A_i の方が A_j より、*ややよい*	3
A_i の方が A_j より、*よい*	5
A_i の方が A_j より、*かなりよい*	7
A_i の方が A_j より、*非常にによい*	9
上記の中間程度	2,4,6,8

	A_1	A_2	A_3	··	A_k
A_1	1	a_{12}	a_{13}	··	a_{1k}
A_2		1	a_{23}	··	a_{2k}
A_3			1	··	:
:	$a_{ij}=1/a_{ji}$			·	:
A_k					1

Fig. 1 一対比較行列

一対の代替案間での選好に関する比較から教師データを作成し、NN を用いて価値関数を同定する方法を提案する。以下にその手順を示す。

Step1：理想点 A_{uto} と最悪点 A_{nad} を決める。そして、理想点と最悪点の間で適度に分散した適当数の代替案 A_i を決める。（理想点 最悪点を含めて代替案の数は k 個とする。）

Step2：代替案の任意の組に対する DM の好みを Table 1 に示すような修飾語を用いて一対比較し、最終的に Fig.1 に示す一対比較行列を作成する。

Step3：得られた一対比較値行列に整合性があるかを調べる。整合性がなければ Step2 に戻り一対比較をやり直す。

Step4：一対の代替案（入力）と一対比較値（出力）の正規化を行った後、これらを教師データとして NN の学習を行う。

この手法の特徴をあげると、AHP 同様に Table 1 に示すような“非常によい”とか“ややよい”といった修飾語を用いて代替案を一対比較するだけでよい。また $a_{ii}=1$ $a_{ij}=1/a_{ji}$ が成立するものと仮定するので、DM との対話は Fig.1 示す一対比較行列の灰色部分だけの応答（k(k-1)/2）ですむ。また AHP 理論の C.I と C.R を用いて、応答の整合性も検証できる。

このように DM は選考過程とは独立して自己のペースで選好に関する判断が行える。その際求められる判断も簡単であり、これを少ない負担で行える。

上述の応答結果を価値関数として同定するため、ここでは Fig.2 に示す 3 層の Feed-forward 型の NN を用いる。そこでは正規化された一対の代替案が入力となり、出力は正規化された一対比較値となる。学習後は

$$V_{NN}:\{\bar{A}_i,\bar{A}_j\}\in R^{2N}\to\bar{a}_{ij}\in R^1$$

となる価値関数が同定される。そして任意の代替案間の順序づけは入力層の代替案の片方を常にある一定の基準値に固定しておき、出力値の大小に基づいて行うことができる。すなわち

$$V_{NN}(\bar{A}_i,\bar{A}_k)=\bar{a}_{ik}>V_{NN}(\bar{A}_j,\bar{A}_k)=\bar{a}_{jk}\Leftrightarrow\bar{A}_i\succ\bar{A}_j$$

4. 提案する多目的最適化手法

(p.2)において $V(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$を $V_{NN}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$とし、§3 の方法で同定した価値関数 $V_{NN}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))$の最適化手法として SQP (Sequential Quadratic Programming)を適用する。SQP は制約付き最適化問題に対する

Karush-Kuhn-Tucker 条件を連立非線形方程式とみなし、この方程式を準 Newton 法で解くことにより最適解を求めるものである。この手法における準 Newton 法は、現在の点における目的関数の二次近似式と制約式の線形近似により得られる二次計画問題を逐次解き、Lagrange 関数の Hess 行列の近似行列を準ニュートン法の更新公式により改良して最適解を求めるものである。ところで、§3 で同定された価値関数 V_{NN} は陽に表現された関数型を持たないが、SQP で必要となる微分値は

$$\frac{\partial V_{NN}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial V_{NN}(\mathbf{f}(\mathbf{x}))}{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \qquad (1)$$

と展開し、(1)式の右辺の第一項については数値微分を用いることで計算できる。以上の手続きによって DM の選好が反映された選好解を探索過程でトレードオフ解析の負荷をかけずに効率良く求めることができる。

5.数値実験例

構造物の設計問題において、軽くて丈夫な製品を作るということは重要であり、このような問題は実際の人工システムに数多く存在する。ここでは以下に示す丸軸の設計問題を取り上げる。そして、暗に存在する効用関数の下で求めた選好解と、それに基づいて作成した一対比較行列を用いた本手法の選好解を比較することで本手法の有効性を検証する。

問題 [3] *Fig.3 に示す中空の丸棒の設計条件が以下のように与えられているとする。「許容曲げ応力 σ_g=180N/mm、最大荷重 F_{max}= 12000N、丸棒の内径 x_2 は 40mm 以上、先端部の長さ x_1 は x_2 の 5 倍とする。」この下で重量（ボリューム）が小さく(f_1)、かつ静的コンプライアンスも小さく(f_2)なるように x_1 と x_2 を決定せよ。ただしヤング率は E=206kN/mm²とする。*

この問題は一般に(p.3)のように定式化される。本手法によると(p.3)は(p.4)のように表現し直される。

(p.3) : *Min* $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \{ f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})\}$

subject to

$$g_1(\mathbf{x}) = 180 - \frac{9.78\times10^6 x_1}{4.096\times10^7 - x_2^4} \ge 0 \qquad (2)$$

$$g_2(\mathbf{x}) = 75.2 - x_2 \ge 0 \qquad (3)$$

$$g_3(\mathbf{x}) = x_2 - 40 \ge 0 \qquad (4)$$

$$g_4(\mathbf{x}) = x_1 \ge 0 \qquad (5)$$

$$h_1(\mathbf{x}) = x_1 - 5x_2 = 0 \qquad (6)$$

(p.4) : *Max* $\mathrm{V_{NN}}(\mathbf{f}(\mathbf{x})) = \mathrm{V_{NN}}(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \mathbf{f}^R)$

subject to Eqs. (2)〜(6)

ただし

$$f_1(\mathbf{x}) = \frac{\pi}{4}\left[x1\left(D_2^2 - x_2^2\right) + (l - x_1)\left(D_1^2 - x_2^2\right)\right]$$

$$f_2(\mathbf{x}) = \frac{64}{3\pi E}\left[\left(\frac{1}{D_2^4 - x_2^4} - \frac{1}{D_1^4 - x_1^4}\right)x_1^3 + \frac{l^3}{D_1^4 - x_1^4}\right]$$

$\mathbf{f}^R$: f_1, f_2 の適当な基準値を表す

計算結果

以下では、(7)式で表される効用関数を想定した場合の結果を示す。

$$U = \sum_{i=1}^{2} w_i (f_i^* - f_i) \qquad (7)$$

ただし f_i^* は各目的関数の最適値を表し、$w_1 = 0.3, w_2 = 0.7$ とした。

DM の価値関数を同定する手順の Step1 で用いた 6 個の代替案を Fig.4 に示す。またこれらに対する(7)式で計算される値に基づいた一対比較行列を Fig.5 に示す。整合性は C.R= 0.04、C.I= 0.05 であり矛盾のない教師データを得た。次に Fig.5 の灰色の部分を検証データとし、残りを学習データとして

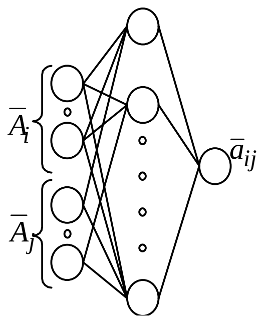

Fig. 2 NN の構造

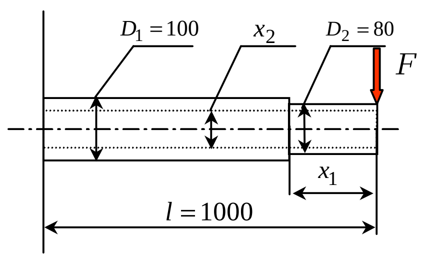

Fig. 3 丸棒の寸法

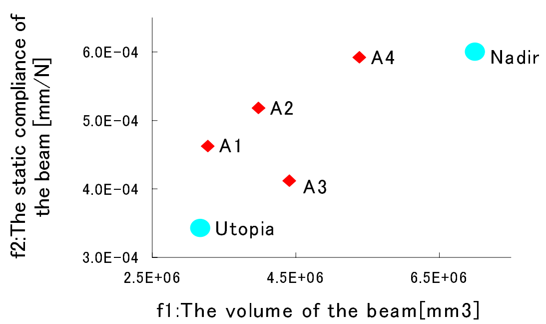

Fig. 4 代替案の分布

バックプロパゲーションを用いて NN を学習した。NN の中間層のノード数は 10 とした。この時の結果を Fig.6 に示す。学習誤差は 1.8e-3、検証用データの誤差は 3.6e-2 でともに良好な結果が得られた。ここでの誤差は(8)式によるものである。

$$Er = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{T_i - O_i}{T_i}\right)^2} \tag{8}$$

ただし Ti：教師データの値
O_i：NN の出力値
n：教師データ数

	utopia	*nadir*	A_1	A_2	A_3	A_4
utopia	1	9.0	3.67	5.32	3.28	7.82
nadir	0.11	1	0.16	0.21	0.15	0.46
A_1	0.27	6.33	1	2.65	0.72	5.14
A_2	0.19	4.68	0.38	1	0.33	3.49
A_3	0.3	6.72	1.39	3.04	1	5.53
A_4	0.13	2.18	0.19	0.29	0.18	1

Fig. 5 (7)式に基づく一対比較行列

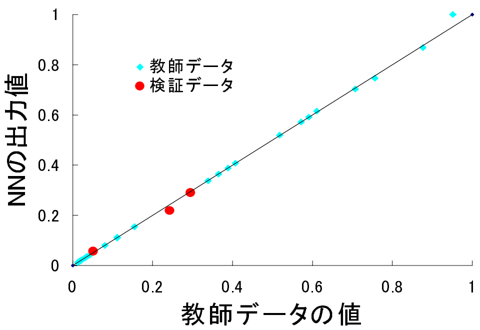

Fig. 6 NN による同定精度

同定した価値関数を用いて(p.4)を解いた結果と効用関数による結果を Fig.7 と Table 2 に示す。Fig.7 中のパレート最適解は別途 ε 制約法によって求めたもので、等高線は V_{NN} を表現したものである。これらより本手法によって、想定した効用関数下での選好解とほぼ同等な選好解が得られていることが確認できる。またその点が、DM の効用が最も高いパレート最適点となっていることも Fig.7 よりわかる。

6.まとめ

本研究では DM の選好に関する代替案の一対比較に基づく NN を用いた価値関数の同定法を提案した。この価値関数を従来の単一目的の最適化問題のアルゴリズムと組み合わせることで DM に負担を強いることなく選好を反映した選好解を効率的に求めることができる新たな多目的最適化手法を提案した。そして構造設計問題を取り上げ、数値実験により本手法の有効性を検証した。

また、ここで用いた SQP 以外にも優れた最適化ツールを提案する手順に導入することによって現実規模の問題に対して、ソフトな最適化ともいえる多目的最適化を容易に実行できる。こうした検討については今後の課題としたい。

Table 2 探索結果の比較

		効用関数	***本手法***
繰り返し数		14	14
選好解	f_1	5.15E+06	5.11E+06
	f_2	3.62E-04	3.63E-04
	x_1	251.4	253.6
	x_2	50.3	50.7
V_{NN}の基準	n_f1		0.5
	n_f2		0.5
中間層のノード数			10

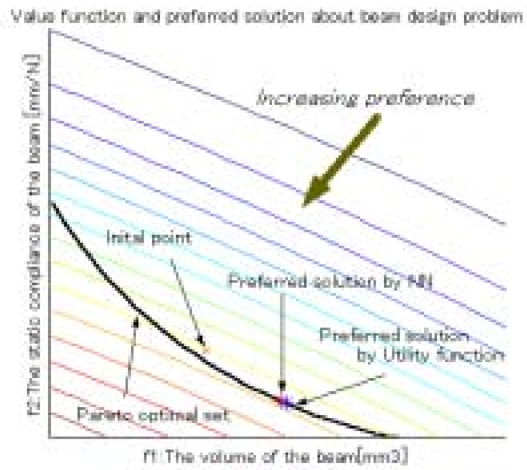

Fig. 7 目的空間における探索結果の比較

[1] Malalooti.B & Y.Q.Zhou：Feed forward artificial neural networks for solving discrete multiple criteria decision making problems；Management Science, Vol.40, No.11 November
[2] Sun, M., A. Stam, R. Steuer：Solving multiple objective programming problems using feed-forward artificial neural networks：the interactive FFANN procedure; Management Science, Vol.42, No.6, June 1996
[3] Osyczka, A. :Multicriterion optimization in engineering with Fortran programs; JOHN WILLEY & SONS, New York (1984)