

最適化システム

線形計画法入門

豊橋技術科学大学

生産システム工学系

清水 良 明

シラバス

- 1.授業科目名:最適化システム、科目コード:122247
- 2.担当教官名(所属):清水良明(生産システム工学系)
- 3.対象課程等:生産システム工学系、3年次、1学期、選択、1単位
- 4.授業の目標:線形代数に関する基礎知識をもとに
線形計画法の基礎理論とその適用法について学ぶ。
- 5.授業の内容:
 - 1週目 最適化手法の分類と線形計画法の位置づけおよび図解法
 - 2週目 線形代数的考察
 - 3週目 シンプレックス法序論
 - 4週目 幾何学的解釈
 - 5週目 シンプレックス法の二段階解法とペナルティ法
 - 6週目 改訂シンプレックス法
 - 7週目 退化問題とシンプレックス乗数
 - 8週目 双対問題
 - 9週目 感度解析とパラメータ問題

6.関連科目:最適化システム、生産システム工学基礎、
数学、プログラミング基礎

7.教科書:プリント配布

8.参考書:

小野 勝章:計算を中心とした線形計画法、日科技連出版 (1963)

坂和正敏:線形システムの最適化、森北出版 (1984)

化学工学会編:化学工学のための応用数学、丸善 (1993)

反町洋一編:線形計画法の実際、産業図書 (1992)

9.成績の評価法:小試験点を10%程度、レポート点を10%程度、
期末試験を80%程度とし、これらを総合的に評価する。

10.希望事項:線形計画問題は、古くから実用的な解法がいくつか知られて
おり、種々の分野の問題解決に効果的に援用されてきた。また最近でも新
しい解法が提案されるなど常に新しい話題を提供してきている。こうした線
形計画法の基礎理論とともに、現実に問題解決を計るための適用法の拡
張の仕方を身につけた上で、将来汎用プログラムを利用できるようになって
ほしい。

11.到達目標:

A:基礎的な事項

- ・線形計画問題は、システムの評価関数及び制約条件がともに決定変数の線形関数として与えられる最適化問題であり、古くから実用的な解法がいくつか知られている。こうした線形計画法の基礎理論とともに、現実の問題解決を計るための適用力を身につける。
- ・線形代数の基礎知識の再整理の上で、線形計画法(LP)の原理を代数的に理解できること。
- ・同じ範ちゅうの問題解決をLPとして定式化できること。

B:応用的な事項

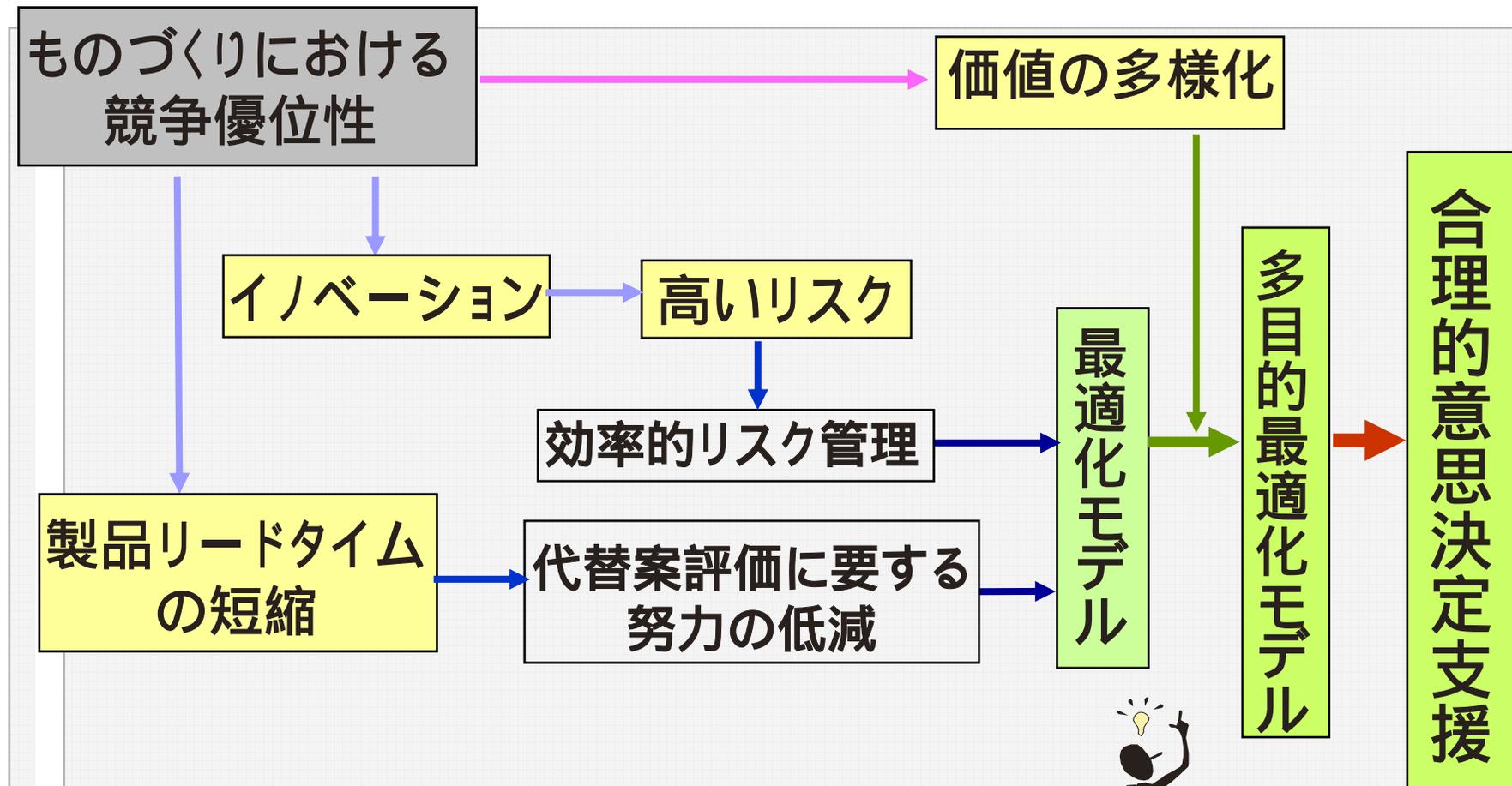
- ・図解法との関連において解決の幾何学的な解釈についても補足的に理解できること。
- ・LPの代表的求解法であるシンプレックス法のアルゴリズムである二段階解法とペナルティ法をそれぞれ習得し、実際に使用できること。
- ・退化問題が生じる要因と退化の発生を防ぐ方法を示すことができるシンプレックス乗数の解釈を幾何学的にも理解できる。
- ・主問題と双対問題の関係を理解できる。
- ・感度解析とパラメータ問題の意義と計算法を理解できる。

内 容

はじめに

- 1 . 図解法
- 2 . 線形代数的考察
- 3 . シンプレックス法序論
- 4 . 幾何学的解釈
- 5 . シンプレックス法
 - 5 . 1 二段階解法
 - 5 . 2 ペナルティ法
- 6 . 退化と双対問題
 - 6 . 1 退化問題
 - 6 . 2 双対問題
- 7 . 感度解析とパラメータ問題

おわりに



最適化の必要性の根拠（1）

主要国の競争力ランキング

国・地域	(97)スコア	97	96	95	94	93
アメリカ	100.00	1	1	1	1	1
シンガポール	87.54	2	2	2	2	3
香港	74.62	3	3	3	4	4
フィンランド	70.80	4	15	18	19	25
ノルウェー	70.61	5	6	10	12	21
オランダ	70.29	6	7	8	8	8
スイス	69.80	7	9	5	5	7
デンマーク	68.75	8	5	7	7	6
日本	68.71	9	4	4	3	2
カナダ	67.76	10	12	13	20	17
イギリス	67.26	11	19	15	14	16
ルクセンブルク	66.40	12	8			
ニュージーランド	66.17	13	11	9	10	18
ドイツ	64.45	14	10	6	6	5

出所) The World Competitiveness Yearbook 1997, IMD Switzerland (国際経営開発研究所)

Washington Accord 加盟49国中、26位(2001)

最適化の必要性の根拠（2）

産業コストの国際比較

		日本	米国	ドイツ	韓国	中国
エネルギーコスト	石油製品	100	43	58	152	54
	産業用電気料金	100	54	75	44	71
	業務用水道料金	100			191	39
運輸通信コスト	道路貨物	100	52			37
	鉄道貨物	100	61	67	24	10
	内航海運	100		81	40	22
	港湾料金	100	67	66	49	
	国際航空貨物	100	55	73	98	36
	輸出通関費用（乙仲費用）	100			24	
	電話市内通話料	100	97	155	52	14
	電話市外通話料	100	48	65	52	5
	国際専用回線（一般）	100	88	101	95	
	国内専用回線料金	100	32	185	123	87
資金調達コスト	社債発行コスト	100	86			
土地開発コスト	工場用地	100	71	62	54	
	高度商業地	100	11	24	28	9
	オフィス賃料	100	55	52	56	135
人件費	人件費	100	73	135	31	
租税	法人課税	100	82	105		

出所）通産省『通商白書』（1997年）

オーバーヘッドは大きい ステップの短縮と運用の合理化

最適化システム

最適化(Optimization)とは？

(単一目的)最適化問題 (x, f, X) で構成

”Max $f(x)$ subject to $x \in X$ ”

x : 決定変数

X : 制約条件

f : 評価関数

($f(x)$: 評価関数値)

線形計画法(Linear Program;LP)とは？

単一目的の最適化問題 (x, f, X) で構成

$$\text{”Max } c^T x$$

$$\text{subject to } x \in X = \{x \mid Ax \leq b\}\text{”}$$

x : 決定変数

X : 制約条件

f : 評価関数

} 決定変数に関して線形

【日常遭遇する線形計画法の事例 (1), (2)】

(1) 車の燃料添加剤を1本入れることで、馬力が2馬力，トルクが $3\text{kg}\cdot\text{m}$ 上がる。(1本1000円)
また，オイル添加剤を1本入れることで，馬力が3馬力，トルクが $4\text{kg}\cdot\text{m}$ 上がる。(1本2500円)
しかし，馬力はサーキットのレギュレーション上，20馬力までしか上げられず，予算2万円で最もトルクが上がるようにしたい。どんな組合せがよいか？

(2) 品物a, bを作ってバザーで売ることになりました。
aを作るのに10分，bに7分時間がかかり，
a, bあわせて1日180分以内の製造時間とします。
また，aを作るのに材料費が300円，bは260円で，
1日の材料費の予算は550円です。
aを570円でbを420円で売り出す時，利益を最大とするには？

【日常遭遇する線形計画法の事例 (3)】

今、僕の中で、日曜日をずっと遊び続けるとして、以下の4項目の中で何を何回やれば一番満足できるかを考える。
ただし、お金は2万円あり、体力の限界は100とする。

	お金 (円)	消費体力	満足度
ドライブ	1000	10	1
テニス	0	30	5
ゴルフ	6000	25	4
カラオケ	2000	20	2

【日常遭遇する線形計画法の事例 (4)】

2種類のパソコンソフトA, Bを売り場に出そうと思う。
Aの価格は8000円で, Bは5000円である。
これを陳列台に置ける本数, 人気, 並べるのに
必要な労力(人/1本)が次表のように与えられているとする。
スペースはAがBの1.5倍かかると考える。
スペースはBを基準として30本分, 人気は全て合わせて90以上,
人員は10人までである。
完売すると仮定すると, 一番利益がある組み合わせは?

	A	B	
確保するスペース	1.5	1	30
人気	4	3	90
人員	0.5	0.2	10
価格	8000	5000	Max

【日常遭遇する線形計画法の事例 (5)】

ある発電プラントにおいて、
蒸気タービン+ガスタービンエンジンからなる
コンバインドサイクルによって発電しようとして計画している。
効果が最大となるようにするためには
それぞれ何kw級のエンジンを設置すれば良いか。
ここで制約条件として考えなければならないことは、
敷地 (b_1) , 冷却水量 (b_2) , 必要な発電量 (b_3) ,
供給可能な熱量 (b_4) である。

【日常遭遇する線形計画法の事例 (6)】

あるお店で、パートとバイトのシフトを決めることになった。
パートとバイトの各1人当りの能力及び条件、

- 事務仕事を12，力仕事を16以上行わせる
- 消費物資コストを60百円以内に収める

を満たし，与える給与を最も抑えるには
何人ずつ働かせればよいか。

	事務仕事 能力値	力仕事 能力値	消費コスト (百円)	時給
パート	3	2	6	800
バイト	2	4	5	700

最適化手法の分類

1. 制約式, 目的関数の関数形から

(1) 線形計画問題

(Linear Programming problem, Linear Programs; LP)

(2) 二次計画問題

(Quadratic Programming problem, QP)

(3) 非線形計画問題

(Nonlinear Programming problem, NLP)

最適化手法の分類(*Cont'd*)

2. 決定変数の性質から

(1) (全)整数計画問題

((All) Integer Programming problem, IP)

(2) 混合整数計画問題

(Mixed-Integer Programming problem, MIP)

(3) (全)0-1計画問題

((All) Zero-One Programming problem)

(4) 0-1混合計画問題

(Mixed-Zero-One Programming problem)

最適化手法の分類(*Cont'd*)

3. 目的関数の数からの分類

(1) 単一目的最適化

(Single-objective problem)

(2) 多目的最適化

(Multi-objective problem)

最適化手法の分類(*Cont'd*)

4. 不確定量に対する認識からの分類

(1) 確定問題の最適化

(Deterministic programming problem)

(2) 統計的最適化問題

(Stochastic programming problem)

(a) 不確定パラメータに対する評価関数の期待値を最適化

(b) 制約条件が与えられた生起確率で成立する
という条件下での最適化

(3) ファジィ最適化問題

(Fuzzy programming problem)

最適化手法の分類(*Cont'd*)

5. 問題の規模からの分類

(1) 大規模問題

(Large-scale problem)

(2) 中規模問題

(Medium-scale problem)

(3) 小規模問題

(Small-scale problem)

Webラーニングプラザ 技術者 eラーニング - Mozilla Firefox

ファイル(E) 編集(E) 表示(V) 移動(Q) ブックマーク(B) ツール(T) ヘルプ(H)

http://weblearningplaza.jst.go.jp/

Webラーニングプラザ
技術者Web学習システム

ログイン

検索

全てを含む いずれかを含む

Webラーニングプラザを知りたい！

- Webラーニングプラザ詳細
- サイトマップ
- リンク
- 操作チュートリアル(別ウィンドウ)
- ヘルプ

学習履歴を残したい！

- My pageを確認する(ログイン)
- 学習者登録する

教材を選ぶ！

- 分野・映像から選ぶ
- 教材マップから選ぶ

> トップ

Webラーニングプラザとは？

技術者の継続的能力開発や再教育のサービスです。ライフサイエンス、情報通信技術史、総合技術監理に関する教材を学

http://weblearningplaza.jst.go.jp/

http://weblearningplaza.jst.go.jp - 最適化手法 - Mozilla Firefox

総合技術監理における数理的手法の活用

最適化手法

はじめに

学習目標 最適化手法について、管理に関する具体的な例題を通して理解する。

前提知識 「最適化手法」に関する一般的な知識を有すること。

最短学習時間 15分

プラグイン Macromedia Flashplayer ver.6.0 詳しくは[こちら](#)

企画・制作・監修 科学技術振興機構が著作権を保有している。詳しくは[こちら](#)

動作確認済み 5.1(MacOS9)6(Win2000) 5.2.3(Win2000,MacOS9)

制作に当たっては、「技術士制度における総合技術監理部門の技術体系に関する調査研究」(平成13年3月 文部科学省)の成果を参考にしました。

目次

はじめに

- 1 線形計画法
- 2 輸送費最小化問題
- 3 変数の設定
- 4 定式化
- 5 小問題(2変数)
- 6 小問題図式解法(2変数)
- 7 小問題(3変数)
- 8 小問題図式解法(3変数)
- 9 一般解法紹介
- 10 まとめ

自己診断テスト(1)
自己診断テスト(2)
自己診断テスト(3)
自己診断テスト(4)
自己診断テスト(5)

完了

weblearningplaza.jst.go.jp からデータを転送しています。

最適化手法